

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

**«Дальневосточный федеральный университет»**

(ДВФУ)

|  |
| --- |
| **институт математики и компьютерных технологий**  **Департамент информационных и компьютерных систем** |

**ОТЧЕТ**

по лабораторной работе №3

на тему **«****Решение задачи линейного программирования симплекс-методом»**

по дисциплине **«****Теория принятия решений»**

**направление подготовки**

**09.03.03 Прикладная информатика**

|  |  |
| --- | --- |
| Выполнил студент гр. Б9121-09.03.03пиэ(2) | |
|  | С.В. Григорьева |
|  | |
| Проверил к.т.н. | |
|  | С.Г. Фадюшин |
|  | |
| (зачтено/не зачтено) | |

**Прикладная информатика в экономике**

г. Владивосток  
 2023

**1 Условие задачи**

Фирма выпускает два типа строительных материалов: А и В. Продукция обоих видов поступает в продажу. Для производства материалов используются два исходных продукта: I и II. Максимально возможные суточные запасы этих продуктов составляют 8 и 10 тонн соответственно.

Расходы продуктов I и II на 1 тонну соответствующих материалов приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Расход продуктов

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Исходный материал** | **Расход исходных материалов**  **на 1 т соответствующей продукции, т** | | **Запас исходных материалов на складе, т** |
| **Продукция А** | **Продукция В** |
| I | 4 | 2 | 7 |
| II | 2 | 5 | 12 |

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на материал В никогда не превышает спроса на материал А более чем на I т. Кроме того, спрос на материал А никогда не превышает 3 т в сутки. Оптовые цены одной тонны материалов равны: 4000 у. е. для В и 3000 у. е. для А.

Какое количество материала каждого вида должна производить фирма, чтобы доход от реализации был максимальным?

**2 Порядок выполнения**

Исходная математическая модель:

3000x1 + 4000x2 🡪 max

4x1 + 2x2 ≤ 7

2x1 + 5x2 ≤ 12

x2 – x1 ≤ 1

x1 ≤ 3

xi ≥ 0

Каноническая форма:

-3000x1 - 4000x2 🡪 min

4x1 + 2x2 + x3= 7

2x1 + 5x2 + x4 = 12

-x1 + x2 + x5 = 1

x1 + x6 = 3

xi ≥ 0

x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x6 =

Расширенная матрица системы ограничений-равенств данной задачи:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | 4 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 7 | | 2 | 5 | 0 | 1 | 0 | 0 | 12 | | 1 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | |  | |

1. В качестве базовой переменной можно выбрать x3.  
2. В качестве базовой переменной можно выбрать x4.  
3. В качестве базовой переменной можно выбрать x5.  
4. В качестве базовой переменной можно выбрать x6.  
Поскольку в системе имеется единичная матрица, то в качестве базисных переменных принимаем X = (3,4,5,6).  
Выразим базисные переменные через остальные:  
x3 = -4x1-2x2+7  
x4 = -2x1-5x2+12  
x5 = -x1+x2+1  
x6 = -x1+3  
Подставим их в целевую функцию:  
F(X) = 3000x1+4000x2  
4x1+2x2+x3=7  
2x1+5x2+x4=12  
x1-x2+x5=1  
x1+x6=3  
Решим систему уравнений относительно базисных переменных: x3, x4, x5, x6  
Полагая, что **свободные переменные** равны 0, получим первый опорный план:  
X0 = (0,0,7,12,1,3)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| x3 | 7 | 4 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| x4 | 12 | 2 | 5 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| x5 | 1 | 1 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| x6 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| F(X0) | 0 | -3000 | -4000 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Переходим к основному алгоритму симплекс-метода.  
**Итерация №0**.  
Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты.  
В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x2, так как это наибольший коэффициент по модулю.  
Вычислим значения Di по строкам как частное от деления: bi / ai2  
и из них выберем наименьшее:  
min (7 : 2 , 12 : 5 , - , - ) = 12/5  
Следовательно, 2-ая строка является ведущей.  
Разрешающий элемент равен (5) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | min |
| x3 | 7 | 4 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 7/2 |
| x4 | 12 | 2 | 5 | 0 | 1 | 0 | 0 | 12/5 |
| x5 | 1 | 1 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 | - |
| x6 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | - |
| F(X1) | 0 | -3000 | -4000 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Формируем следующую часть симплексной таблицы. Вместо переменной x4 в план 1 войдет переменная x2.  
  
Получаем новую симплекс-таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| x3 | 11/5 | 16/5 | 0 | 1 | -2/5 | 0 | 0 |
| x2 | 12/5 | 2/5 | 1 | 0 | 1/5 | 0 | 0 |
| x5 | 17/5 | 7/5 | 0 | 0 | 1/5 | 1 | 0 |
| x6 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| F(X1) | 9600 | -1400 | 0 | 0 | 800 | 0 | 0 |

**Итерация №1**.  
Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты.  
В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x1, так как это наибольший коэффициент по модулю.  
Вычислим значения Di по строкам как частное от деления: bi / ai1  
и из них выберем наименьшее:  
min (11/5 : 16/5 , 12/5 : 2/5 , 17/5 : 7/5 , 3 : 1 ) = 11/16  
Следовательно, 1-ая строка является ведущей.  
Разрешающий элемент равен (16/5) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | min |
| x3 | 11/5 | 16/5 | 0 | 1 | -2/5 | 0 | 0 | 11/16 |
| x2 | 12/5 | 2/5 | 1 | 0 | 1/5 | 0 | 0 | 6 |
| x5 | 17/5 | 7/5 | 0 | 0 | 1/5 | 1 | 0 | 17/7 |
| x6 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| F(X2) | 9600 | -1400 | 0 | 0 | 800 | 0 | 0 | 0 |

Формируем следующую часть симплексной таблицы. Вместо переменной x3 в план 2 войдет переменная x1.  
  
Получаем новую симплекс-таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| x1 | 11/16 | 1 | 0 | 5/16 | -1/8 | 0 | 0 |
| x2 | 17/8 | 0 | 1 | -1/8 | 1/4 | 0 | 0 |
| x5 | 39/16 | 0 | 0 | -7/16 | 3/8 | 1 | 0 |
| x6 | 37/16 | 0 | 0 | -5/16 | 1/8 | 0 | 1 |
| F(X2) | 21125/2 | 0 | 0 | 875/2 | 625 | 0 | 0 |

Конец итераций: индексная строка не содержит отрицательных элементов - найден оптимальный план  
Среди значений индексной строки нет отрицательных. Поэтому эта таблица определяет оптимальный план задачи.  
Окончательный вариант симплекс-таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 |
| x1 | 11/16 | 1 | 0 | 5/16 | -1/8 | 0 | 0 |
| x2 | 17/8 | 0 | 1 | -1/8 | 1/4 | 0 | 0 |
| x5 | 39/16 | 0 | 0 | -7/16 | 3/8 | 1 | 0 |
| x6 | 37/16 | 0 | 0 | -5/16 | 1/8 | 0 | 1 |
| F(X3) | 21125/2 | 0 | 0 | 875/2 | 625 | 0 | 0 |

Оптимальный план:  
x1 = 11/16, x2 = 17/8, x3 = 0, x4 = 0, x5 = 39/16, x6 = 37/16  
F(X) = 3000\*11/16 + 4000\*17/8 = 21125/2

**Вывод**

С помощью симплекс-метода выполнена линейная оптимизация планирования производства материалов.

В результате анализа данных сделан следующий вывод: максимальное значение прибыли составляет 10562,5 у. е. и при заданных ограничениях фирма должна выпускать в сутки материала А – 0,6876 т, материала В – 2,125 т.

При сравнении результатов, полученных при помощи надстройки MS Excel и при симплекс-методе конечные результаты не отличаются вовсе и полностью идентичны.